Задания 13.

1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 8, а боковое ребро равно √41. РЕШЕНИЕ: Объем любой пирамиды равен: V = 1/3 ⋅ Sосн ⋅ h В основании правильной четырехугольной пирамиды лежит квадрат со стороной 8. Поэтому площадь основания равна: Sосн = 8 ⋅ 8 = 64 Теперь нужно вычислить высоту пирамиды, используя сторону основания и боковое ребро. Для этого проведем диагональ в основании правильной четырёхугольной пирамиды. Диагональ квадрата в основании равна: d = 8√2 Получим прямоугольный треугольник, катетами которого являются половина диагонали и высота пирамиды, а гипотенузой – боковое ребро пирамиды. Поэтому высоту пирамиды можно вычислить по теореме Пифагора: h = √41 – (4√2)2 = √41 – 32 = 3 Осталось найти объем пирамиды, подставив все полученные данные: V = 1/3 ⋅ 64 ⋅ 3 = 64 ОТВЕТ: 64
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы. РЕШЕНИЕ: Площадь поверхности прямой треугольной призмы равна сумме 2 площадей основания и площади боковой поверхности призмы: Sпризмы = Sбок.пов + 2Sосн Площадь основания равна площади прямоугольного треугольника с катетами 6 и 8. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов: Sосн = 1/2 ⋅ 6 ⋅ 8 = 24 Найдем площадь боковой поверхности призмы, вычтя из площади полной поверхности призмы 2 площади основания: Sбок.пов = Sпризмы – 2Sосн = 288 – 2 ⋅ 24 = 288 – 48 = 240 Площадь боковой поверхности прямой треугольной призмы равна периметру основания, умноженному на высоту. Чтобы найти высоту призмы, нужно вычислить периметр основания. Катеты прямоугольного треугольника, лежащего в основании, известны, осталось найти его гипотенузу по теореме Пифагора: √62 + 82 = 10 Тогда высота прямой треугольной призмы равна: Sбок.пов / (6 + 8 + 10) = 240 / 24 = 10 ОТВЕТ: 10
3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности. РЕШЕНИЕ: Площадь поверхности прямой треугольной призмы равна сумме 2 площадей основания и площади боковой поверхности призмы: Sпризмы = Sбок.пов + 2Sосн Площадь основания равна площади прямоугольного треугольника с катетами 6 и 8. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов: Sосн = 1/2 ⋅ 6 ⋅ 8 = 24 Площадь боковой поверхности прямой треугольной призмы равна периметру основания, умноженному на высоту. Катеты прямоугольного треугольника, лежащего в основании, известны, осталось найти его гипотенузу по теореме Пифагора: √62 + 82 = 10 Тогда площадь боковой поверхности прямой треугольной призмы равна: Sбок.пов = (6 + 8 + 10) ⋅ 10 = 24 ⋅ 10 = 240 Таким образом, площадь поверхности призмы равна: Sпризмы = Sбок.пов + 2Sосн = 240 + 2 ⋅ 24 = 240 + 48 = 288 ОТВЕТ: 288
4. В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке поднялся в 1,4 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров. РЕШЕНИЕ: После погружения детали в воду объем воды стал равен: 5 ⋅ 1.4 = 7 л Объем погруженной детали будет равен объему вытесненной воды: 7 — 5 = 2 л 2 л = 2 ⋅ 1000 куб. см = 2000 куб. см ОТВЕТ: 2000
5. Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба? РЕШЕНИЕ: Для решения данной задачи можно воспользоваться коэффициентом подобия, так как любые 2 куба являются подобными. Объемы подобных кубов относятся как куб коэффициента подобия. Вычислим, чему равен коэффициент подобия: ∛8 = 2 В данном случае коэффициент подобия равен 2. Площади поверхности подобных кубов относятся как квадрат коэффициента подобия. Таким образом, площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба в: 2 \*2 = 4 раза ОТВЕТ: 4
6. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба. РЕШЕНИЕ: Пусть ребро исходного куба равно a, тогда объем этого куба равен: V1 = a3 Если ребро исходного куба увеличить на 1, то его объем будет равен: V2 = (a + 1)3 Причем объем исходного куба на 19 меньше, то есть объемы соотносятся как: V1 + 19 = V2 Подставим в полученное равенство площади поверхностей и вычислим, чему равно ребро исходного куба: a3 + 19 = (a + 1)3 a3 + 19 = a3 + 3a2 + 3a + 1 19 = 3a2 + 3a + 1 3a2 + 3a – 18 = 0 D = 32 – 4 ⋅ 3 ⋅ (-18) = 9 + 216 = 225 a1 = (-3 + 15) / (2 ⋅ 3) = 12 / 6 = 2 a2 = (-3 – 15) / (2 ⋅ 3) = -18 / 6 = -3 Так как ребро куба величина положительная, в качестве ответа подходит только 2. ОТВЕТ: 2
7. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба. РЕШЕНИЕ: Пусть ребро исходного куба равно a, тогда площадь поверхности этого куба равна: S1 = 6 ⋅ a2 Если ребро исходного куба увеличить на 1, то его площадь поверхности будет равна: S2 = 6 ⋅ (a + 1)2 Причем площадь поверхности исходного куба на 54 меньше, то есть площади поверхностей соотносятся как: S1 + 54 = S2 Подставим в полученное равенство площади поверхностей и вычислим, чему равно ребро исходного куба: 6 ⋅ a2 + 54 = 6 ⋅ (a + 1)2 6a2 + 54 = 6a2 + 12a + 6 54 = 12a + 6 12a = 54 – 6 12a = 48 a = 4 ОТВЕТ: 4
8. Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне h = 60 см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах. РЕШЕНИЕ: По условию задачи есть сосуд, наполненный водой до уровня 60 см. Найдем объем жидкости в нем: V1 = Sосн ⋅ h = π ⋅ R2 ⋅ h = π ⋅ R2 ⋅ 60 где R – радиус основания цилиндра, а h – высота воды в цилиндре. После того, как вода была перелита в другой цилиндрический сосуд, объем жидкости стал равен: V2 = Sосн2 ⋅ h2 = π ⋅ (2R)2 ⋅ h2 = 4 ⋅ π ⋅ R2 ⋅ h2 Поскольку в обоих сосудах налита одна и та же вода, полученные объемы равны: V1 = V2 π ⋅ R2 ⋅ 60 = 4 ⋅ π ⋅ R2 ⋅ h2 Осталось выразить из полученного равенства h2 и вычислить его: 60 = 4 ⋅ h2 h2 = 60 / 4 = 15 см ОТВЕТ: 15
9. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/2 высоты. Объём сосуда 1600 мл. Чему равен объём налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах. РЕШЕНИЕ: Судя по картинке, есть 2 конуса: большой и малый, полностью заполненный водой. Данные конусы подобны с коэффициентом подобия, равным 1/2, так как большой конус заполнен водой ровно наполовину. Поскольку в задаче дан объем большего конуса и по нему нужно получить объем меньшего, а объемы любых двух подобных объемных фигур относятся как куб коэффициента подобия, можно составить следующее соотношение: Vмал.кон. / Vбол.кон. = (1/2)3 Выразим из этого соотношения объем малого конуса и вычислим его: Vмал.кон. = Vбол.кон. ⋅ (1/2)3 = 1600 / 8 = 200 мл ОТВЕТ: 200
10. Объём конуса равен 27. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 1:2, считая от вершины, проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью. РЕШЕНИЕ: По условию задачи дано 2 конуса: большой и малый, отсеченный плоскостью от большого. Большой конус подобен малому с коэффициентом подобия, равным: K = H / h = (1 + 2)x / 1x = 3 / 1 = 3 где H – высота большого конуса, а h – высота малого конуса. Получается, что высота большого конуса в 3 раза больше высоты малого конуса, так как высота большого конуса составляет 3 части (1 + 2), а высота малого только одну. Поскольку в задаче дан объем большего конуса и по нему нужно получить объем меньшего, а объемы любых двух подобных объемных фигур относятся как куб коэффициента подобия, можно составить следующее соотношение: Vбол.кон. / Vмал.кон. = 33 / 1