**Конспект урока**

**Компланарные векторы. Векторный метод решения задач**

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:**

- какие векторы называются компланарными и их изображение на чертежах

-определение компланарных векторов.

- признак компланарности трех векторов и правило параллелепипеда, сложение трех некомпланарных векторов.

- основы векторного метода решения задач.

**Основная литература:**

Атанасян Л.С. и др. Геометрия. Учебник для 10-11классов - М.: Просвещение, 2017. C. 77-85.

Ершова А.П., Голобородько В.В., Крижановский А.Ф. Тетрадь-конспект по геометрии для 10 класса.  2016. С.88-93.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения:**

Давайте вспомним основные определения по теме «Векторы». В этом поможет следующее задание: установите соответствие между понятием и его определением.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вектор |  | ? |
| Равные векторы | Противоположно направлены и их длины равны. |
| Противоположные векторы | Направленный отрезок |
| Коллинеарные векторы | Сонаправлены и их длины равны. |
| Компланарные векторы | Лежат на одной или параллельных прямых |

Появилось новое понятие о векторах в пространстве, которого не было на плоскости - компланарность  векторов. С определения компланарных векторов и начинаются главные отличия векторов в планиметрии и стереометрии.

**Компланарные векторы.**

Определение2.Векторы называются компланарными, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

Рассмотрим некоторые случаи:

**1 случай.** Любые два вектора всегда будут компланарными, ведь через них
можно провести прямые, а через две прямые всегда можно провести
единственную плоскость.

**2 случай.** Три вектора будут компланарными если среди них есть пара коллинеарных
векторов. Тогда через один из коллинеарных векторов и вектор не коллинеарный ему
можно провести плоскость. А для второго из коллинеарных векторов легко
изобразить равный в этой плоскости.

**3 случай.** Если хотя бы один из трёх векторов является нулевым, то эти три вектора компланарны

Из планиметрии: Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

Следующая теорема выражает признак компланарности трех векторов. Теорема (признак) Если вектор  можно представить в виде  = х + у, где х и у - некоторые числа, то векторы ,  и  компланарны.

Для сложения трёх некомпланарных векторов можно пользоваться правилом параллелепипеда. Отложим от произвольной точки О векторы =, =, = и построим параллелепипед так, чтобы отрезки ОА, ОВ и ОС были рёбрами.
Тогда ОD - диагональ этого параллелепипеда равна  сумме векторов,  и  . Если вектор можно представить в виде суммы:  = х + у + z, то говорят, что вектор d разложен по векторам ,  и **.**Числа х, у, z называют коэффициентами разложения.

**Теорема.** Любой вектор можно разложить по трём данным некомпланарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

**Часть 2. Векторный метод решения задач**

Векторный метод решения задач – один из наиболее общих методов решения геометрических задач. Векторное решение стереометрических задач значительно проще их решения средствами элементарной геометрии.

Рассмотрим следующую задачу: Доказать, что прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения продолжений боковых сторон.

Пусть ABCD - данная трапеция, M и N - середины оснований BC И AD, а O - точка пересечения прямых AB и CD.

Докажем, что точка О лежит на прямой МN.

Условие задачи переводится на «векторный» язык. После такого перевода осуществляются алгебраические вычисления с векторами, а затем полученное снова «переводится» на «геометрический» язык.

Решением задач векторным методом занимались ученые:Уильман Гамильтон  Иога́нн Берну́лли, Пьер Ферма, Рене Декарт, Леонард Эйлер.

**Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля:**

Задача.В параллелепипеде АВСDА1В1С1D1 М —точка пересечения диагоналей грани A1B1C1D1, точка K — середина ребра ВВ1. Докажите, что прямые А1В1, KМ и ВС1 параллельны некоторой плоскости.



Решение**.** Введем векторы:      . Векторы  некомпланарны.

Разложим векторы  и   по векторам. Получим:





+= .

Тогда векторы  = + компланарны. Следовательно, они параллельны некоторой плоскости, тогда этой плоскости параллельны и прямые А1В1, KМ и ВС1.