**Конспект урока**

**Компланарные векторы. Векторный метод решения задач**

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:**

- какие векторы называются компланарными и их изображение на чертежах

-определение компланарных векторов.

- признак компланарности трех векторов и правило параллелепипеда, сложение трех некомпланарных векторов.

- основы векторного метода решения задач.

**Основная литература:**

Атанасян Л.С. и др. Геометрия. Учебник для 10-11классов - М.: Просвещение, 2017. C. 77-85.

Ершова А.П., Голобородько В.В., Крижановский А.Ф. Тетрадь-конспект по геометрии для 10 класса.  2016. С.88-93.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения:**

Давайте вспомним основные определения по теме «Векторы». В этом поможет следующее задание: установите соответствие между понятием и его определением.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вектор |  | ? |
| Равные векторы | Противоположно направлены и их длины равны. |
| Противоположные векторы | Направленный отрезок |
| Коллинеарные векторы | Сонаправлены и их длины равны. |
| Компланарные векторы | Лежат на одной или параллельных прямых |

Появилось новое понятие о векторах в пространстве, которого не было на плоскости - компланарность  векторов. С определения компланарных векторов и начинаются главные отличия векторов в планиметрии и стереометрии.

**Компланарные векторы.**

Определение2.Векторы называются компланарными, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.

Рассмотрим некоторые случаи:

**1 случай.** Любые два вектора всегда будут компланарными, ведь через них   
можно провести прямые, а через две прямые всегда можно провести   
единственную плоскость.

**2 случай.** Три вектора будут компланарными если среди них есть пара коллинеарных  
векторов. Тогда через один из коллинеарных векторов и вектор не коллинеарный ему   
можно провести плоскость. А для второго из коллинеарных векторов легко   
изобразить равный в этой плоскости.

**3 случай.** Если хотя бы один из трёх векторов является нулевым, то эти три вектора компланарны

Из планиметрии: Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.

Следующая теорема выражает признак компланарности трех векторов. Теорема (признак) Если вектор https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/362ca5b2-dbc1-47d2-b076-4a9718759b6d.gif можно представить в виде https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/f90f6873-704a-4653-833d-f8bf425abe7c.gif = хhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/d66277dc-49e9-4b6a-bddd-54d17decfdbf.gif + уhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/072b0cd6-3af4-4996-9053-99b2db61861f.gif, где х и у - некоторые числа, то векторы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/a0a8c438-4dbe-4ede-98c6-d3d15f21e484.gif, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/479f3f76-1be1-4330-823f-d836e25cb73f.gif и https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/4f16f7f5-7b8b-43fe-a547-874d08a467ac.gif компланарны.

Для сложения трёх некомпланарных векторов можно пользоваться правилом параллелепипеда. Отложим от произвольной точки О векторы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/87f5c841-d5f4-4f70-a886-b94dffd702c8.gif=https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/465e120e-4420-4e9c-aee6-7a7fc34c664e.gif, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/04a897f5-048a-4cef-8c50-940623a682db.gif=https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/f307fd2b-bf34-403d-9adb-0a592dd22ea5.gif, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/1c7c34f0-b017-441e-aebd-e29741ce8ca6.gif=https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/1462701f-0600-44db-bb8d-50a5ceb8cc23.gif и построим параллелепипед так, чтобы отрезки ОА, ОВ и ОС были рёбрами.  
Тогда ОD - диагональ этого параллелепипеда равна  сумме векторовhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/fc8e9744-8c5b-4537-8662-b16306fe9a0d.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/ac325314-143c-42dc-a27e-aae5697ce0cf.png и https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/2093c6f6-82d6-4840-b3f3-ed27d7222caf.png . Если вектор можно представить в виде суммы: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/7a1c3433-5300-4027-9eeb-8427bfe1e960.gif = хhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/6d7095cd-9512-4123-80f8-c0f9323771ed.gif + уhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/4489fbee-daa1-4144-8b9b-0334930e630a.gif + zhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/87498fc8-7239-4e3d-9c79-ab0c8f6a57a4.gif, то говорят, что вектор d разложен по векторам https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/4e864952-0fc5-4a59-a9f1-c903084e4214.png, https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/33a63ca7-d9c5-4f62-8409-0df1d9e55b38.png и https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/97587d84-2670-4a98-b25f-ea41671c877c.png**.**Числа х, у, z называют коэффициентами разложения.

**Теорема.** Любой вектор можно разложить по трём данным некомпланарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

**Часть 2. Векторный метод решения задач**

Векторный метод решения задач – один из наиболее общих методов решения геометрических задач. Векторное решение стереометрических задач значительно проще их решения средствами элементарной геометрии.

Рассмотрим следующую задачу: Доказать, что прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения продолжений боковых сторон.

Пусть ABCD - данная трапеция, M и N - середины оснований BC И AD, а O - точка пересечения прямых AB и CD.

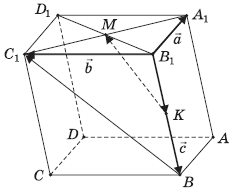
Докажем, что точка О лежит на прямой МN.

Условие задачи переводится на «векторный» язык. После такого перевода осуществляются алгебраические вычисления с векторами, а затем полученное снова «переводится» на «геометрический» язык.

Решением задач векторным методом занимались ученые:Уильман Гамильтон  Иога́нн Берну́лли, Пьер Ферма, Рене Декарт, Леонард Эйлер.

**Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля:**

Задача.В параллелепипеде АВСDА1В1С1D1 М —точка пересечения диагоналей грани A1B1C1D1, точка K — середина ребра ВВ1. Докажите, что прямые А1В1, KМ и ВС1 параллельны некоторой плоскости.



Решение**.** Введем векторы: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/8781661c-12a6-494d-9040-d2d861381ffd.png  https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/06d2f158-835d-4132-ac53-7f8cc94510b4.png  https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/63c35b95-6b13-41bb-99fb-779ecccbd60d.png . Векторы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/e856f24a-93d6-46a4-a389-ac7c4c88a426.png некомпланарны.

Разложим векторы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/d1bc12ee-110f-479a-b91b-8a23f70d549e.png и https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/776b2200-5920-4801-aca5-872a1c4cf9ab.png  по векторамhttps://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/9e234ff1-1f61-4570-b6cd-05d0f11755e8.png. Получим:

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/c0214e88-012a-4bc7-8e66-edd439086678.png

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/a5d71242-9476-43e9-9a68-4448add8e255.png

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/fbe8fbf8-0a15-426a-a25b-05dbc5ac3346.png+https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/b698bb59-79a3-4203-a803-48253715db2b.png=https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/58ff5abc-71f9-4111-a85a-d8e7ab25535f.png .

Тогда векторы https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/e3a7f278-e82d-49a1-ac99-1442af6e0009.png =https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/e6762514-c8a4-4881-a417-9f8e78e765ee.png https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/c521bc3e-9b27-418f-a1f7-ea4eccf2db0b.png+https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/6404/20190401115354/OEBPS/objects/c_geom_10_18_1/91787355-5748-4b6c-a35c-186a8faa5b6c.png компланарны. Следовательно, они параллельны некоторой плоскости, тогда этой плоскости параллельны и прямые А1В1, KМ и ВС1.