**Решения задания 19.**

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 1** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го числа, сумма цифр ко­то­ро­го равна 20, а сумма квад­ра­тов цифр де­лит­ся на 3, но не де­лит­ся на 9.

**По­яс­не­ние.** Раз­ло­жим число 20 на сла­га­е­мые раз­лич­ны­ми спо­со­ба­ми:

20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5.

При раз­ло­же­нии спо­со­ба­ми 1−4 суммы квад­ра­тов чисел не крат­ны трём. При раз­ло­же­нии пятым спо­со­бом сумма квад­ра­тов крат­на де­вя­ти. Раз­ло­же­ние ше­стым спо­со­бом удо­вле­тво­ря­ет усло­ви­ям за­да­чи. Таким об­ра­зом, усло­вию за­да­чи удо­вле­тво­ря­ет любое число, за­пи­сан­ное циф­ра­ми 5, 7 и 8, на­при­мер, число 578.

 ответ: 578

    [↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 2** При­ве­ди­те при­мер четырёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, крат­но­го 4, сумма цифр ко­то­ро­го равна их про­из­ве­де­нию. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** пусть наше число имеет вид . Тогда имеем  И так как число де­лит­ся на 4,  де­лит­ся на 4. Можно за­ме­тить, что если среди цифр есть хотя бы три еди­ни­цы, то ра­вен­ство не­воз­мож­но, так как сумма будет боль­ше про­из­ве­де­ния. То же самое, если еди­ниц мень­ше, чем две. В этом слу­чае про­из­ве­де­ние будет слиш­ком боль­шое. Таким об­ра­зом, среди цифр есть ровно две еди­ни­цы. Рас­смот­рим дву­знач­ные числа, ко­то­рые де­лят­ся на 4, это кон­цов­ка на­ше­го числа. Нель­зя брать числа с нулём, так как в этом слу­чае про­из­ве­де­ние будет равно нулю, что плохо.

12: тогда одна из остав­ших­ся цифр 1, а дру­гая — 4.

16: тогда одна из остав­ших­ся цифр 1, а дру­гая ни­ка­кая не по­дойдёт.

24: зна­чит, остав­ши­е­ся цифры — еди­ни­цы. Всё схо­дит­ся.

Осталь­ные числа будут да­вать слиш­ком боль­шое про­из­ве­де­ние или нечётную сумму.

Таким об­ра­зом, ис­ход­ные числа: 1412, 4112, 1124.

     **Задание 3** Най­ди­те ше­сти­знач­ное на­ту­раль­ное число, ко­то­рое за­пи­сы­ва­ет­ся толь­ко циф­ра­ми 1 и 0 и де­лит­ся на 24.
**По­яс­не­ние.** Чтобы число де­ли­лось на 24 оно долж­но де­лит­ся на 3 и на 8.

Число де­лит­ся на 8, если три его по­след­ние цифры об­ра­зу­ют число, де­ля­ще­е­ся на 8. Ис­ко­мое число за­пи­сы­ва­ет­ся толь­ко ну­ля­ми и еди­ни­ца­ми, зна­чит, оно за­кан­чи­ва­ет­ся на 000.

Число де­лит­ся на 3, если его сумма цифр числа де­лит­ся на 3. По­сколь­ку три по­сл­лед­ние цифры числа нули, пер­вые три долж­ны быть еди­ни­ца­ми.

Таким об­ра­зом, един­ствен­ное число, удо­вле­тво­ря­ю­щее усло­вию за­да­чи, это число 111 000.

 Ответ: 111 000.

З**адание 4** Най­ди­те наи­мень­шее трёхзнач­ное число, ко­то­рое при де­ле­нии на 2 даёт оста­ток 1, при де­ле­нии на 3 даёт оста­ток 2, при де­ле­нии на 5 даёт оста­ток 3 и ко­то­рое за­пи­са­но тремя раз­лич­ны­ми нечётными циф­ра­ми.

**По­яс­не­ние.** Число при де­ле­нии на 2 даёт оста­ток 1, сле­до­ва­тель­но, оно нечётное. При де­ле­нии на 3 число даёт оста­ток 2, то есть число имеет вид  При де­ле­нии на 5 число даёт оста­ток 3, то есть число имеет вид  то есть число может окан­чи­вать­ся либо на трой­ку, либо на восьмёрку. Число нечётное, сле­до­ва­тель­но, может окан­чи­вать­ся толь­ко на трой­ку. Учи­ты­вая, что число окан­чи­ва­ет­ся на 3:  Пе­ре­би­рая зна­че­ния  что при  по­лу­ча­ем число, удо­вле­тво­ря­ю­щее усло­ви­ям за­да­чи. Это число 173.

Ответ: 173.

 **Задание 5** Най­ди­те четырёхзнач­ное на­ту­раль­ное число, крат­ное 19, сумма цифр ко­то­ро­го на 1 боль­ше их про­из­ве­де­ния.

**По­яс­не­ние.** Если хотя бы одна цифра в за­пи­си числа — нуль, то про­из­ве­де­ние цифр равно 0, а тогда их сумма равна 1. Един­ствен­ное такое четырёхзнач­ное число — 1000, но оно не крат­но 19. По­это­му нулей среди цифр нет. От­сю­да сле­ду­ет, что все цифры не мень­ше 1, и их сумма не мень­ше четырёх, а зна­чит, про­из­ве­де­ние цифр не мень­ше трёх. Чтобы про­из­ве­де­ние было не мень­ше трёх хотя бы одна из цифр долж­на быть боль­ше 1. Рас­смот­рим такие числа в по­ряд­ке воз­рас­та­ния суммы их цифр. Если сумма цифр равна 5, то число за­пи­сы­ва­ет­ся одной двой­кой и тремя еди­ни­ца­ми (это числа 1112, 1121, 1211, 2111). Про­из­ве­де­ние цифр равно 2, по­это­му они не удо­вле­тво­ря­ют усло­вию. Если сумма цифр равна 6, то число за­пи­сы­ва­ет­ся одной трой­кой и тремя еди­ни­ца­ми или двумя двой­ка­ми и двумя еди­ни­ца­ми (это числа 1113, 1131, 1311, 3111, 1122, 1212, ...). Про­из­ве­де­ние цифр равно 3 или 4 со­от­вет­ствен­но, по­это­му такие числа не удо­вле­тво­ря­ют усло­вию. Если сумма цифр равна 7, то про­из­ве­де­ние долж­но быть равно 6. Это вы­пол­не­но для чисел, за­пи­сы­ва­е­мых трой­кой, двой­кой и двумя еди­ни­ца­ми. По­сколь­ку число 3211 крат­но 19, оно и яв­ля­ет­ся ис­ко­мым.

 Ответ: 3211.

**Задание 6** Вы­черк­ни­те в числе 123456 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся трёхзнач­ное число де­ли­лось на 27. В от­ве­те ука­жи­те по­лу­чив­ше­е­ся число.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 27, тогда оно де­лит­ся на 3 и на 9. Число де­лит­ся на 9, тогда и толь­ко тогда, когда сумма цифр числа де­лит­ся на 9. Число де­лит­ся на 3, тогда и толь­ко тогда, когда сумма цифр числа де­лит­ся на 3. За­ме­тим, что, если число де­лит­ся на 9,то оно де­лит­ся и на 3. Сумма цифр числа 123456 равна 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21. Вы­черк­нув числа 2, 4 и 6 по­лу­чим, число, сумма цифр ко­то­ро­го равна де­вя­ти. Де­вять де­лит­ся на де­вять.

 Ответ: 135.

**Задание 7** Най­ди­те наи­мень­шее четырёхзнач­ное число, крат­ное 11, у ко­то­ро­го про­из­ве­де­ние его цифр равно 12. *В от­ве­те ука­жи­те наи­мень­шее такое число.*

**По­яс­не­ние.** Пусть число имеет вид  Про­из­ве­де­ние цифр числа равно 12, то есть  от­ку­да по­лу­ча­ем, что  может быть на­бо­ром цифр: 1, 2, 2, 3; 1, 1, 3, 4. Число де­лит­ся на 11, если сумма цифр, сто­я­щих на нечётных ме­стах равна сумме цифр, сто­я­щих на чётных ме­стах. Наи­мень­шее число, удо­вле­тво­ря­ю­щее этому тре­бо­ва­нию и со­сто­я­щее из име­ю­щих­ся на­бо­ров цифр, — 1232.

 Ответ: 1232.

 **Задание 8** Най­ди­те наи­мень­шее трёхзнач­ное на­ту­раль­ное число, ко­то­рое при де­ле­нии на 6 и на 11 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и у ко­то­ро­го сред­няя цифра яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским двух край­них цифр.

**По­яс­не­ние.**

По мо­ду­лю 6 и 11 число имеет оди­на­ко­вые остат­ки, сле­до­ва­тель­но, число имеет тот же оста­ток при де­ле­нии на 66, причём этот оста­ток не равен нулю и мень­ше шести. Таким об­ра­зом, ис­ко­мое число может иметь вид:



При  по­лу­ча­ем: 67, 68, 69, 70, 71. Все эти числа не яв­ля­ют­ся трёхзнач­ны­ми. При  по­лу­ча­ем: 133, 134, 135, 136, 137. Число 135 удо­вле­тво­ря­ет всем усло­ви­ям за­да­чи. Ответ: 135.

**Задание 9** Сумма цифр трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа *А* де­лит­ся на 12. Сумма цифр числа (*А* + 6) также де­лит­ся на 12. Най­ди­те наи­мень­шее воз­мож­ное число *А*.

**По­яс­не­ние.** Пусть число  имеет вид  Если , то сумма цифр в новом числе будет на 6 боль­ше, чем в ис­ход­ном. Пусть  де­лит­ся на 12, тогда  то есть число  не де­лит­ся на 12. Ана­ло­гич­но, если число  де­лит­ся на 12, то число  не де­лит­ся на 12. Зна­чит, . Рас­смот­рим три слу­чая:

1)  Число  имеет вид: , сумма цифр числа  на 3 мень­ше суммы цифр числа 

2)  Число  имеет вид: , сумма цифр числа  на 12 мень­ше суммы цифр числа 

3)  Число  имеет вид: , сумма цифр числа  на 21 мень­ше суммы цифр числа 

Ясно, что усло­ви­ям за­да­чи удо­вле­тво­ря­ют числа, рас­смот­рен­ные в пунк­те 2). Под­берём число  так, чтобы сумма его цифр де­ли­лась на 12. Наи­мень­шее воз­мож­ное  удо­вле­тво­ря­ю­щее усло­ви­ям за­да­чи, — 699.

 Ответ: 699.

 **Задание 10** Най­ди­те наи­мень­шее пя­ти­знач­ное число, крат­ное 55, про­из­ве­де­ние цифр ко­то­ро­го боль­ше 50, но мень­ше 75.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 55, то оно де­лит­ся на 5 и на 11. Если число де­лит­ся на 5 то оно может окан­чи­вать­ся на 0 или на 5. Если в за­пи­си числа есть ноль, то про­из­ве­де­ние цифр числа равно нулю, сле­до­ва­тель­но, за­пись числа долж­на окан­чи­вать­ся на 5. Пусть число имеет вид  Число де­лит­ся на 11, если сумма цифр на нечётных ме­стах равна сумме цифр на чётных ме­стах:  Рас­смот­рим раз­лич­ные про­из­ве­де­ния  такие, что  По­след­няя цифра числа равна пяти, сле­до­ва­тель­но, воз­мож­ные зна­че­ния про­из­ве­де­ния  50, 55, 60, 65, 70. Раз­ло­жим каж­дое число на про­стые мно­жи­те­ли:



По­пы­та­ем­ся удо­вле­тво­рить урав­не­нию  Пе­ре­би­рая раз­лич­ные воз­мож­ные зна­че­ния, по­лу­чим, что толь­ко число раз­ло­же­ние числа 70 в виде  удо­вле­тво­ря­ет урав­не­нию:  Наи­мень­шее число, удо­вле­тво­ря­ю­щее усло­ви­ям за­да­чи — 11275.

 Ответ: 11275.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 11** Вы­черк­ни­те в числе 141565041 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 30. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно по­лу­чив­ше­е­ся число.

**По­яс­не­ние.** Если число де­лит­ся на 30, то оно также де­лит­ся на 3 и на 10. По­это­му в по­след­нем раз­ря­де числа дол­жен быть ноль. Тогда вычёрки­ва­ем 41. Остаётся 1415650. Для того, чтобы число де­ли­лось на три не­об­хо­ди­мо, чтобы сумма цифр была крат­на трём, зна­чит,нужно вы­черк­нуть цифру 1 или цифру 4. Таким об­ра­зом, по­лу­ча­ем числа 145650, 115650 и 415650

 Ответ: 145650, 115650 или 415650.

 **Задание 12** Вы­черк­ни­те в числе 74513527 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 15. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно по­лу­чив­ше­е­ся число.

**По­яс­не­ние.** Если число де­лит­ся на 15, то оно также де­лит­ся на 3 и на 5. По­это­му в по­след­нем раз­ря­де числа дол­жен быть ноль или цифра пять. Тогда вычёрки­ва­ем 27. Остаётся 745135. По­счи­та­ем сумму цифр — 25. Для того, чтобы число де­ли­лось на три не­об­хо­ди­мо, чтобы сумма цифр была крат­на трём. В таком слу­чае можно вы­черк­нуть цифру 1 и по­лу­чить число 74535, цифру 4 и по­лу­чить 75135 или вы­черк­нуть цифру 7 и по­лу­чить число 45135.

Ответ: 74535, 75135 или 45135.

**Задание 13** Вы­черк­ни­те в числе 85417627 три цифры так, чтобы по­лу­чив­ше­е­ся число де­ли­лось на 18. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно по­лу­чив­ше­е­ся число.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 18, то оно также де­лит­ся на 9 и на 2. Число долж­но быть чётным, для этого вы­черк­нем цифру 7, по­лу­чим 8541762. По­счи­та­ем сумму цифр — 33. Для того, чтобы число де­ли­лось на де­вять не­об­хо­ди­мо, чтобы сумма цифр была крат­на де­вя­ти. Можно вы­черк­нуть цифры 5 и 1, по­лу­чив число 84762, либо вы­черк­нуть цифры 4 и 2 и по­лу­чить число 85176. Также воз­мож­но вы­черк­нуть цифры 7 и 8 и по­лу­чить число 54162.

Ответ: 84762, 85176 или 54162.

**Задание 14** Най­ди­те трех­знач­ное на­ту­раль­ное число, боль­шее 500, ко­то­рое при де­ле­нии на 4, на 5 и на 6 дает в остат­ке 2, и в за­пи­си ко­то­ро­го есть толь­ко две раз­лич­ные цифры. В от­ве­те ука­жи­те какое-ни­будь одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

При де­ле­нии на 4 число даёт в остат­ке 2, сле­до­ва­тель­но, оно чётное. По­сколь­ку число при де­ле­нии на 5 даёт в остат­ке 2, то оно может окан­чи­вать­ся на 2 или на 7. Таким об­ра­зом, число обя­за­тель­но долж­но за­кан­чи­вать­ся циф­рой 2.

Под­бо­ром на­хо­дим, что усло­вию за­да­чи удо­вле­тво­ря­ют числа 662 и 722.

Ответ: 662, 722.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 15** Трёхзнач­ное число при де­ле­нии на 10 даёт в остат­ке 3. Если по­след­нюю цифру числа пе­ре­не­сти в на­ча­ло его за­пи­си, то по­лу­чен­ное число будет на 72 боль­ше пер­во­на­чаль­но­го. Най­ди­те ис­ход­ное число.

**По­яс­не­ние.**

Пусть число имеет вид 

Тогда усло­вие за­пи­сы­ва­ет­ся так: 

Под­ста­вив зна­че­ние  в тре­тье вы­ра­же­ние и пре­об­ра­зо­вав его, по­лу­чим, что 

Под­хо­дит толь­ко пара .

Таким об­ра­зом, усло­ви­ям за­да­чи удо­вле­тво­ря­ет число 253.

**Задание 16** Най­ди­те трёхзнач­ное число, сумма цифр ко­то­ро­го равна 25, если из­вест­но, что его квад­рат де­лит­ся на 16.

**По­яс­не­ние.**

Раз­ло­жим число 25 на сла­га­е­мые: 25 = 9 + 9 + 7 = 9 + 8 + 8.

Квад­рат числа де­лит­ся на 16, зна­чит, само число де­лит­ся на 4. Это зна­чит, что оно как ми­ни­мум за­кан­чи­ва­ет­ся на чётную цифру. То есть пер­вый набор от­па­да­ет, так как в нём та­ко­вых нет. Из вто­ро­го мы можем со­ста­вить числа 988 и 898. Пер­вое число удо­вле­тво­ря­ет усло­ви­ям за­да­чи.

**Задание 17** При­ве­ди­те при­мер четырёхзнач­но­го числа *А*, об­ла­да­ю­ще­го сле­ду­ю­щи­ми свой­ства­ми:

1) сумма цифр числа *А* де­лит­ся на 8;

2) сумма цифр числа (*А* + 2) также де­лит­ся на 8;

3) число *А* мень­ше 3000.

В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Пусть число имеет вид . Если , то сумма цифр в новом числе будет на 2 боль­ше, чем в ис­ход­ном, и обе они не могут де­лить­ся на 8. Зна­чит, . Рас­смот­рим те­перь 3 слу­чая:

1)  Число пе­рейдёт в , сумма из­ме­нит­ся на 7.

2)  Число пе­рейдёт в , сумма из­ме­нит­ся на 16.

3)  Число пе­рейдёт в , сумма из­ме­нит­ся на 25.

Итак, усло­ви­ям за­да­чи удо­вле­тво­ря­ют числа вида . Так как , не­слож­но вы­пи­сать все ва­ри­ан­ты: 1698, 2598, 1599, 2499.

 **Задание 18** При­ве­ди­те при­мер ше­сти­знач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое за­пи­сы­ва­ет­ся толь­ко циф­ра­ми 1 и 2 и де­лит­ся на 24. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** Если число де­лит­ся на 24, то оно также де­лит­ся на 3 и на 8. Число де­лит­ся на 8 тогда и толь­ко тогда, когда три его по­след­ние цифры об­ра­зу­ют число, ко­то­рое де­лит­ся на 8. Пе­ре­брав трёхзнач­ные числа из 1 и 2, по­лу­чим, что толь­ко 112 де­лит­ся на 8. Это число об­ра­зу­ет по­след­ние три цифры ис­ко­мо­го числа. Число де­лит­ся на 3 тогда и толь­ко тогда, когда сумма его цифр де­лит­ся на 3. По­след­ние три цифры 112 дают к сумме 4. Рас­смот­рим пер­вые три цифры. Их сумма может быть от 3 до 6. Усло­ви­ям за­да­чи удо­вле­тво­ря­ет сумма цифр, рав­ная 5. Троек с дан­ной сум­мой цифр три: 122, 212, 221.

Таким об­ра­зом, под­хо­дят числа: 122112, 212112, 221112.

**Задание 19** При­ве­ди­те при­мер ше­сти­знач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое за­пи­сы­ва­ет­ся толь­ко циф­ра­ми 2 и 0 и де­лит­ся на 24. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 24, то но де­лит­ся на 3 и на 8.

Если число де­лит­ся на 8, то число, об­ра­зо­ван­ное по­след­ни­ми его тремя циф­ра­ми, тоже де­лит­ся на 8. Трёхзнач­ных чисел из 0 и 2, де­ля­щих­ся на 8, два: 000 и 200. Это окон­ча­ния ис­ход­но­го числа.

Если число де­лит­ся на 3, то сумма его цифр тоже де­лит­ся на 3.

000 даёт к сумме 0, то есть сумма пер­вых цифр долж­на рав­нять­ся 6, то есть это 222.

200 даёт к сумме 2, то есть сумма пер­вых цифр долж­на рав­нять­ся 4, то есть 220 или 202 (022 не может быть, так как это пер­вые цифры, а пер­вая цифра в числе не может рав­нять­ся 0).

Таким об­ра­зом, ис­ко­мые числа: 220200, 202200, 222000.

**Задание 20** При­ве­ди­те при­мер ше­сти­знач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое за­пи­сы­ва­ет­ся толь­ко циф­ра­ми 1 и 2 и де­лит­ся на 72. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 72, то но де­лит­ся на 8 и на 9.

Если число де­лит­ся на 8, то число, об­ра­зо­ван­ное по­след­ни­ми его тремя циф­ра­ми, тоже де­лит­ся на 8. Ше­сти­знач­ных чисел из 1 и 2, де­ля­щиеся на 8 долж­ны за­кан­чи­вать­ся трой­кой цифр 112.

Если число де­лит­ся на 9, то сумма его цифр тоже де­лит­ся на 9.

112 даёт к сумме 4, то есть сумма пер­вых цифр долж­на рав­нять­ся 5, то есть долж­на со­сто­ять из пе­ре­ста­но­вок двух двоек и еди­ни­цы.

Таким об­ра­зом, ис­ко­мые числа: 122112, 212112, 221112.

**Задание 21** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, боль­ше­го 500, ко­то­рое при де­ле­нии на 8 и на 5 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и пер­вая слева цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским двух дру­гих цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

По мо­ду­лю 5 и 8 число имеет оди­на­ко­вые остат­ки. Оно будет иметь тот же оста­ток и при де­ле­нии на 40. Этот оста­ток боль­ше нуля и мень­ше пяти. Пусть наше число имеет вид , тогда имеем:



За­ме­тим, также, что ис­ко­мое число долж­но быть чётным. Пе­ре­берём все ва­ри­ан­ты, их че­ты­ре: 564, 684.

Ответ: 564; 684.

З**адание 22** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, боль­ше­го 600, ко­то­рое при де­ле­нии на 4, на 5 и на 6 даёт в остат­ке 3 и цифры ко­то­ро­го рас­по­ло­же­ны в по­ряд­ке убы­ва­ния слева на­пра­во. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Так как число даёт оди­на­ко­вый оста­ток по мо­ду­лям 4, 5 и 6, то оно также даёт такой же оста­ток и по мо­ду­лю 60. То есть число имеет вид  Все такие числа: 603, 663, 723, 783, 843, 903, 963. Из них под­хо­дят под по­след­нее усло­вие толь­ко 843 и 963.

**Задание 23** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, боль­ше­го 500, ко­то­рое при де­ле­нии на 3, на 4 и на 5 даёт в остат­ке 2 и в за­пи­си ко­то­ро­го есть толь­ко две раз­лич­ные цифры. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Раз число даёт один и тот же оста­ток по мо­ду­лю 3, 4 и 5, то оно даёт такой же оста­ток и по мо­ду­лю . А зна­чит, число имеет вид  Все числа, удо­вле­тво­ря­ю­щие этому не­ра­вен­ству: 542, 602, 662, 722, 782, 842, 902, 962. Из них удо­вле­тво­ря­ют усло­вию про две раз­лич­ные цифры: 662, 722.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 24** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое при де­ле­нии на 3, на 5 и на 7 даёт в остат­ке 1 и цифры ко­то­ро­го рас­по­ло­же­ны в по­ряд­ке убы­ва­ния слева на­пра­во. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** Если число имеет оди­на­ко­вые остат­ки по каким-то мо­ду­лям, то оно имеет такой же оста­ток по мо­ду­лю, яв­ля­ю­ще­му­ся НОК этих мо­ду­лей. То есть в дан­ном слу­чае по мо­ду­лю 105. Тогда наше число . Пе­ре­берём все воз­мож­ные ва­ри­ан­ты: 106, 211, 316, 421, 526, 631, 736, 841, 946. Усло­ви­ям за­да­чи удо­вле­тво­ря­ют числа 421, 631 и 841.

Ответ: 421; 631; 841.

**Задание 25** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое при де­ле­нии на 3, на 5 и на 7 даёт в остат­ке 2 и в за­пи­си ко­то­ро­го есть толь­ко две раз­лич­ные цифры. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Так как число даёт оди­на­ко­вые остат­ки по мо­ду­лям 3, 5 и 7, то оно также даёт такой же оста­ток по мо­ду­лю 105. То есть число имеет имеет вид . Все такие числа: 107, 212, 317, 422, 527, 632, 737, 842, 947. Под по­след­нее усло­вие под­хо­дят толь­ко числа 212, 422 и 737.

**Задание 26** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа боль­ше­го 500, ко­то­рое при де­ле­нии на 6 и на 5 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и сред­няя цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским край­них цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

По мо­ду­лю 5 и 6 число имеет оди­на­ко­вые остат­ки. Оно будет иметь тот же оста­ток и при де­ле­нии на 30. Этот оста­ток боль­ше нуля и мень­ше пяти. Пусть наше число имеет вид , тогда имеем:



Пе­ре­берём все ва­ри­ан­ты, их 10: 531, 543, 642, 654, 741, 753, 852, 864, 951, 963. Из них имеют оди­на­ко­вые остат­ки по мо­ду­лям 5 и 6: 543, 753, 963.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 27** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, боль­ше­го 500, ко­то­рое при де­ле­нии на 8 и на 5 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и сред­няя цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским край­них цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** Число даёт оди­на­ко­вые остат­ки при де­ле­нии на 5 и 8. Зна­чит, оно даёт такой же оста­ток и по мо­ду­лю 40. То есть число имеет вид  Пер­вая цифра не мень­ше 5. Пер­вая и по­след­няя цифры в сумме дают чётное число. Раз­ность числа и p де­лит­ся на 40, то есть число, об­ра­зо­ван­ное пер­вы­ми двумя циф­ра­ми, де­лит­ся на 4. Те­перь можно вы­пи­сать все числа, ко­то­рые под­хо­дят под эти усло­вия: 642, 963.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 28** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое при де­ле­нии на 4 и на 15 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и сред­няя цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским край­них цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** Если число даёт оди­на­ко­вые остат­ки при де­ле­нии на 4 и на 15, то оно даёт такой же оста­ток и при де­ле­нии на 60. То есть те­перь мы знаем, что на наше число имеет вид  То есть раз­ность на­ше­го числа и  долж­на де­лить­ся на 60, то есть число, об­ра­зо­ван­ное пер­вы­ми двумя циф­ра­ми, долж­но де­лить­ся на 6. А если число де­лит­ся на 6, то оно также де­лит­ся на 2 и на 3. А это зна­чит, что по­след­няя его цифра чётная, а сумма цифр де­лит­ся на 3. Из усло­вия на сред­нее ариф­ме­ти­че­ское также сле­ду­ет, что сумма пер­вой и по­след­ней цифры в ис­ход­ном числе чётная. Пе­ре­берём по­след­нюю и вто­рую цифры, а по ним од­но­знач­но вос­ста­но­вим первую и по­лу­чим числа: 123, 543, 963.

 **Задание 29 B19**  При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое при де­ле­нии на 4 и на 15 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и пер­вая спра­ва цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским двух дру­гих цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Если число даёт оди­на­ко­вые остат­ки при де­ле­нии на 4 и на 15, то оно даёт такой же оста­ток и при де­ле­нии на 60. То есть те­перь мы знаем, что на наше число имеет вид  То есть раз­ность на­ше­го числа и  долж­на де­лить­ся на 60, то есть число, об­ра­зо­ван­ное пер­вы­ми двумя циф­ра­ми, долж­но де­лить­ся на 6. А если число де­лит­ся на 6, то оно также де­лит­ся на 2 и на 3. А это зна­чит, что по­след­няя его цифра чётная, а сумма цифр де­лит­ся на 3. А из усло­вия на сред­нее ариф­ме­ти­че­ское сле­ду­ет, что сумма этих цифр также чётная. Под все эти усло­вия под­хо­дят числа 24, 42 и 60. А со­от­вет­ству­ю­щие им ис­ход­ные числа будут равны 243, 423 и 603.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 30** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, ко­то­рое при де­ле­нии на 4 и на 15 даёт рав­ные не­ну­ле­вые остат­ки и пер­вая спра­ва цифра ко­то­ро­го яв­ля­ет­ся сред­ним ариф­ме­ти­че­ским двух дру­гих цифр. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Если число даёт оди­на­ко­вые остат­ки при де­ле­нии на 4 и на 15, то оно даёт такой же оста­ток и при де­ле­нии на 60. То есть те­перь мы знаем, что на наше число имеет вид  То есть раз­ность на­ше­го числа и  долж­на де­лить­ся на 60, то есть число, об­ра­зо­ван­ное пер­вы­ми двумя циф­ра­ми, долж­но де­лить­ся на 6. А если число де­лит­ся на 6, то оно также де­лит­ся на 2 и на 3. А это зна­чит, что по­след­няя его цифра чётная, а сумма цифр де­лит­ся на 3. А из усло­вия на сред­нее ариф­ме­ти­че­ское сле­ду­ет, что сумма этих цифр также чётная. Под все эти усло­вия под­хо­дят числа 24, 42 и 60. А со­от­вет­ству­ю­щие им ис­ход­ные числа будут равны 243, 423 и 603.

[↑](http://mathb.reshuege.ru/test%22%20%5Co%20%22%D0%9D%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85) **Задание 31** При­ве­ди­те при­мер трёхзнач­но­го на­ту­раль­но­го числа, крат­но­го 4, сумма цифр ко­то­ро­го равна их про­из­ве­де­нию. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.** Можно за­ме­тить, что если среди цифр есть хотя бы две еди­ни­цы, то ра­вен­ство не­воз­мож­но, так как сумма будет боль­ше про­из­ве­де­ния. То же самое, если еди­ниц нет во­об­ще. В этом слу­чае про­из­ве­де­ние будет слиш­ком боль­шое. Таким об­ра­зом, среди цифр есть ровно одна еди­ни­ца. Число де­лит­ся на 4, зна­чит, по­след­няя цифра чётная, а это зна­чит, что про­из­ве­де­ние тоже чётное. А зна­чит, и сумма. И так как по­след­няя цифра чётная, то остав­ши­е­ся две цифры долж­ны быть одной чётно­сти. А так как мы вы­яс­ни­ли, что среди цифр есть ровно одна еди­ни­ца, то эти числа нечётные. Под эти огра­ни­че­ния под­хо­дят числа: 132, 136, 152, 156, 172, 176, 192, 196, 312, 316, 512, 516, 712, 716, 912, 916, из ко­то­рых удо­вле­тво­ря­ют всем усло­ви­ям толь­ко числа 132 и 312.

 **Задание 32** При­ве­ди­те при­мер четырёхзнач­но­го числа, крат­но­го 12, про­из­ве­де­ние цифр ко­то­ро­го боль­ше 40, но мень­ше 45. В от­ве­те ука­жи­те ровно одно такое число.

**По­яс­не­ние.**

Если число де­лит­ся на 12, то оно де­лит­ся на 3 и на 4. Если число де­лит­ся на 3, то сумма всех его цифр тоже де­лит­ся на 3. Если число де­лит­ся на 4, то число, об­ра­зо­ван­ное двумя по­след­ни­ми его циф­ра­ми тоже де­лит­ся на 4. Пусть наше число имеет вид, тогда усло­вие за­пи­сы­ва­ет­ся так:



В ин­тер­ва­ле  на­хо­дят­ся числа 41, 42, 43, 44. 41 и 43 — про­стые, а 44 де­лит­ся на 11 — тоже про­стое. Таким об­ра­зом, 41, 43 и 44 не под­хо­дят, по­то­му что не могут быть пред­став­ле­ны в виде про­из­ве­де­ния. То есть  Два на­бо­ра цифр под­хо­дят как ре­ше­ние: (1, 2, 3, 7) и (1, 1, 6, 7). Но в пер­вом на­бо­ре сумма цифр не крат­на трём, так что он от­па­да­ет. Имеем (1, 1, 6, 7). По­след­няя цифра в числе долж­на быть чётной, иначе число не будет де­лить­ся на 4.  Осталь­ные цифры могут сто­ять в любом по­ряд­ке.

Вы­пи­шем ис­ко­мые числа: 1176, 1716, 7116.

**Задание 33** Цифры четырёхзнач­но­го числа, крат­но­го 5, за­пи­са­ли в об­рат­ном по­ряд­ке и по­лу­чи­ли вто­рое четырёхзнач­ное число. Затем из пер­во­го числа вычли вто­рое и по­лу­чи­ли 1458. При­ве­ди­те ровно один при­мер та­ко­го числа.

**По­яс­не­ние.**

Число де­лит­ся на 5, зна­чит, его по­след­няя цифра или 0, или 5. Но так как при за­пи­си в об­рат­ном по­ряд­ке цифры также об­ра­зу­ют четырёхзнач­ное число, то эта цифра 5, ибо число не может на­чи­нать­ся с 0. Пусть число имеет вид . Тогда усло­вие можно за­пи­сать так:



Вто­рое сла­га­е­мое в левой части де­лит­ся на 10. Зна­чит, за раз­ряд еди­ниц в сумме от­ве­ча­ет толь­ко пер­вое сла­га­е­мое. То есть  От­ку­да  Под­ста­вив по­лу­чен­ное зна­че­ние в урав­не­ние, по­лу­чим, что  Пе­ре­брав все пары b и с, ко­то­рые яв­ля­ют­ся ре­ше­ни­ем этого ра­вен­ства, вы­пи­шем все числа, яв­ля­ю­щи­е­ся от­ве­том: 7065, 7175, 7285, 7395.