Разбор типовых вариантов заданий №22 ОГЭ по математике

Первый вариант задания

*Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 21 км/ч. Через час после него со скоростью 15 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.*

Алгоритм решения:

1. Введем неизвестную величину: скорость третьего.
2. Составим краткую запись в виде таблицы, где разместим данные в графы: скорость, время, расстояние.
3. Выясняем, на какой вид движения эта задача.
4. Используя условие, формулы времени или скорости, выражаем через неизвестную величину все остальные.
5. Исходя из условия, составляем равенство и преобразуем его.
6. Решаем уравнение.
7. Определяем величины, которые еще нужно найти.
8. Записываем ответ.

Решение:

1. Обозначим через x км/ч скорость третьего велосипедиста.

2. Составим таблицу их краткого условия:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v, км/ч | t, ч | S, км |
| 1 велосипедист | 21 | На 2 ч раньше всех |  |
| 2 велосипедист | 15 | На 1 ч раньше третьего |  |
| 3 велосипедист | х |  |  |

3. Задача на движение водном направлении, значит, для определения совместной скорости (сближения), необходимо из большей скорости вычитать меньшую. Наибольшая скорость была у третьего велосипедиста, потому что он догонял двух других.

4. Перед тем, как выехал третий велосипедист, первый двигался уже 2 часа. За это время он проехал 42 км, а второй проехал 15 км, поскольку был в пути 1 час. Совместная скорость третьего и второго велосипедистов равна (x-15) км/ч. так как они движутся в одном направлении. Третий велосипедист догнал второго спустя   ч после своего выезда.

Совместная скорость третьего и первого велосипедистов равна (x-21)км/ч. Третий велосипедист догнал первого через   ч после своего выезда из поселка.

По условию третий велосипедист догнал первого спустя 9 ч после того, как догнал второго.

5. Исходя из этого, составим равенство:

 ,

Преобразуем полученное уравнение:



6. Получили квадратное уравнение. Решим его:



По условию скорость третьего велосипедиста была наибольшей, значит, второй корень не удовлетворяет условию. Получаем. Что решением будет x = 25 км/ч.

Ответ: 25

Второй вариант задания

*Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 5 часов после этого догнал первого.*

Алгоритм решения:

1. Введем неизвестные величины: скорость третьего и время его движения.
2. Составим краткую запись в виде таблицы, где разместим данные в графы: скорость, время, расстояние.
3. Используя условие, формулы времени или скорости, выражаем через неизвестные величины все остальные.
4. Исходя из условия, составляем равенства.
5. Составляем и решаем систему уравнений.
6. Определяем величины, которые еще нужно найти.
7. Записываем ответ.

Решение:

1. Пусть ***x*** км/ч – скорость третьего велосипедиста, а ***t*** ч – время, за которое он догнал второго велосипедиста.

2. Составим таблицу данных условия:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v, км/ч | t, ч | s, км |
| 1 велосипедист | 15 | ***t +7*** |  |
| 2 велосипедист | 10 | ***t +1*** |  |
| 3 велосипедист | х | ***t*** |  |

3. До места встречи со вторым велосипедистом третий проехал ***x·t*** км.

Скорость второго велосипедиста ***10***км/ч. В пути он находился ***t + 1***часов к моменту встречи с третьим велосипедистом. Тогда в момент встречи велосипедисты находились на расстоянии ***10·(t + 1)***км от поселка. Расстояния эти одинаковы, значит, ***x·t = 10·(t + 1)***.

Первого велосипедиста третий догонит через ***t + 5*** ч – время, за которое он догнал первого велосипедиста после второго, тогда до места встречи с первым велосипедистом третий проехал ***x·(t + 5)*** км.

Первый велосипедист ехал со скоростью ***15*** км/ч и был в пути до встречи с третьим ***t + 7*** часов, потому как выехал он на 2 часа раньше. Расстояние, которое проехал первый велосипедист, равно ***15·(t + 7)*** км.

Получаем еще одно равенство: ***x·(t + 5) = 15·(t + 7)***

4. Составляем систему уравнений:



5. Решаем полученную систему, преобразовав каждое из уравнений:



Вычитаем из второго уравнение первое, получаем

5x = 5t + 95

x = t + 19

Подставляем вместо***x*** в первое уравнение системы правую часть равенства и решаем полученное уравнение.

(t + 19)·t = 10t + 10

t2 + 19t = 10t + 10

t2 + 9t – 10 = 0

По формуле дискриминанта и корней:

D = b2 – 4ac

D = 92 — 4·1·(-10) = 81 + 40 = 121



Первый ответ не может удовлетворять условию задачи, поскольку время не может иметь отрицательных значений. Следовательно,

x = t + 19 = 1 + 19 = 20

Скорость третьего велосипедиста ***20*** км/ч.

Ответ: 20

Третий вариант задания

*Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 24 км/ч. Через час после него со скоростью 21 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 9 часов после этого догнал первого.*

Алгоритм решения:

1. Введем неизвестные величины: скорость третьего и время его движения.
2. Составим краткую запись в виде таблицы, где разместим данные в графы: скорость, время, расстояние.
3. Используя условие, формулы времени или скорости, выражаем через неизвестные величины все остальные.
4. Исходя из условия, составляем равенства.
5. Составляем и решаем систему уравнений.
6. Определяем величины, которые еще нужно найти.
7. Записываем ответ.

Решение:

1. Пусть ***x*** км/ч – скорость третьего велосипедиста, а ***t*** ч – время, за которое он догнал второго велосипедиста.

2. Составим таблицу данных условия:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v, км/ч | t, ч | s, км |
| 1 велосипедист | 24 | ***t +9*** |  |
| 2 велосипедист | 21 | ***t +1*** |  |
| 3 велосипедист | х | ***t*** |  |

3. До места встречи со вторым велосипедистом третий проехал ***x·t*** км.

Второй велосипедист до момента, когда его догонит третий велосипедист, двигался ***t + 1*** часов . Он проехал до места встречи ***21·(t + 1)***км.

Расстояния, пройденные велосипедистами, одинаковы. Получим первое равенство ***x·t = 21·(t + 1)***.

Третий велосипедист до момента встречи с первым велосипедистом после встречи о вторым, ехал ***t + 9*** ч тогда до места встречи с первым велосипедистом он проехал расстояние ***x·(t + 9)*** км.

Первый велосипедист до встречи с третьим ехал ***t + 11*** часов, поскольку до момента выезда третьего, уже проехал 2 часа. До места встречи он проехал ***24·(t + 11)*** км.

Расстояния одинаковы. Тогда получим еще одно равенство:***x·(t + 9) = 24·(t + 11)***

Составим систему уравнений для решения задачи:



Решим ее, раскрыв скобки и преобразовав каждое уравнение:



Далее используем метод вычитания, откуда получим:

9x = 3t + 243

3x = t + 81



Подставив выражение для***x*** в первое уравнение:



Получили квадратное уравнение.

t2 + 81t = 63t + 63

Решим его:

t2 + 18t – 63 = 0

D = b2 – 4ac

D = 182 — 4·1·(-63) = 324 + 252 = 576



Первое значение не подходит, поскольку время по условию не может иметь отрицательные значения. Значит,



Таким образом, скорость третьего велосипедиста ***28*** км/ч.

Ответ: 28

Демонстрационный вариант ОГЭ 2019

*Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?*

Решение:

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно

часа.

Из условия задачи следует, что это время равно 3 часам. Составим уравнение:



Решая уравнение, получаем x = 8.

Ответ: 8

Четвертый вариант задания

Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные – 30%. Сколько сухих фруктов получится из 35 кг свежих фруктов?

Алгоритм решения:

1. Находим число процентов (или долю) твердого вещества в свежих фруктах. Находим эту величину в кг.
2. Вычисляем кол-во процентов твердого вещества в сушеных фруктах.
3. Составляем пропорцию и определяем общую массу сушеных фруктов.

Решение:

Если воды в свежих фруктах 88%, то твердого вещества (мякоти) в них 100%–88%=12%=0,12.

В кг эта масса равна 35·0,12=4,2 (кг).

В сушеных фруктах масса твердого вещества, по сравнению со свежими, не меняется (а только снижается объем воды). Поэтому в искомой массе сухих фруктов мякоти тоже будет 4,2 кг. Но в процентном соотношении эта масса составит 100%–30%=70% (30% по условию приходится на воду). Искомая же (общая) масса сухих фруктов в данном случае – это 100%.

Тогда обозначим искомую массу через Х и составим пропорцию:

4,2 кг  –  70%

Х       –  100%

Решим эту пропорцию:

Х=4,2·100%/70%=6 (кг)

Ответ: 6

Пятый вариант задания

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 200 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба?

Алгоритм решения:

1. Вводим переменные-обозначения для скорости наполнения резервуара (л/мин) и для времени наполнения (мин). Выражаем через соответствующие переменные параметры наполнения для 1-й и 2-й труб.
2. Составляем систему ур-ний (1-е уравнение для первой трубы, 2-е – для второй).
3. Решаем систему.

Решение:

Обозначим через *х* скорость наполнения 1-й трубы (это наша искомая величина). Тогда скорость наполнения 2-й трубы равна (*х*+5).Обозначим через *t* время наполнения 2-й трубы. Тогда время наполнения 1-й трубы составит (*t*+2).

Через каждую из труб должно пройти 200 л воды.

Для 1-й трубы получим:

*x*(*t*+2)=200

Аналогично для 2-й трубы:

(*x*+5*)t*=200

Из уравнения для 2-й трубы выразим *t* через *х*:

*t*=200/(*x*+5)

Подставим полученное для t выражение в уравнение для 1-й трубы:



Решим это уравнение и найдем искомую величину:



*x*(210+2*x*)=200(*x*+5)

210*х*+2*х*2=200*х*+1000

2*х*2+210*х*–200*х*–1000=0

2*х*2+10*х*–1000=0

*х*2+5*х*–500=0

По т.Виета *х*1=20, *х*2=–25

Корень *х*2 не может быть принят в качестве ответа, поскольку он не удовлетворяет условию (скорость наполнения резервуара не может быть отрицательной величиной).

Значит, искомая скорость наполнения равна 20 л/мин.

Ответ: 20